Poursuite de trajectoires pour des systèmes soumis à des contraintes unilatérales et applications sur les robots bipèdes.

Jean-Matthieu Bourgeot et Bernard Brogliato
jean-matthieu.bourgeot@inrialpes.fr

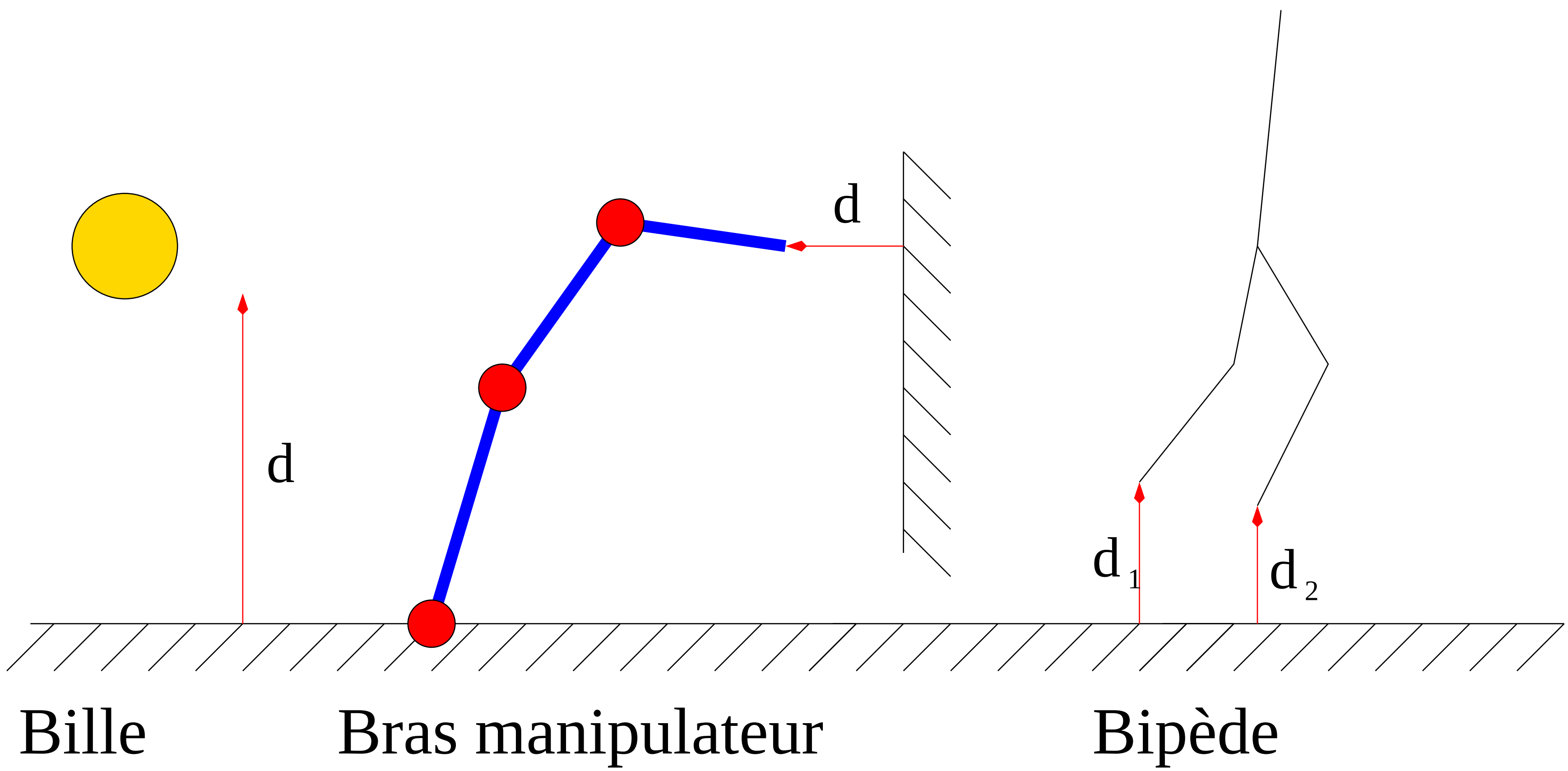
http://www.inrialpes.fr/bipop/bourgeot

Plan

- Objectifs
- Poursuite de trajectoires
  - ▷ Mise en équations
  - ▷ Tâches cycliques
  - ▷ Critère de Stabilité
  - ▷ Contrôle Hybride
  - ▷ Résultats
- Conclusions
- Perspectives

Contraintes Unilatérales

- Quelques exemples :

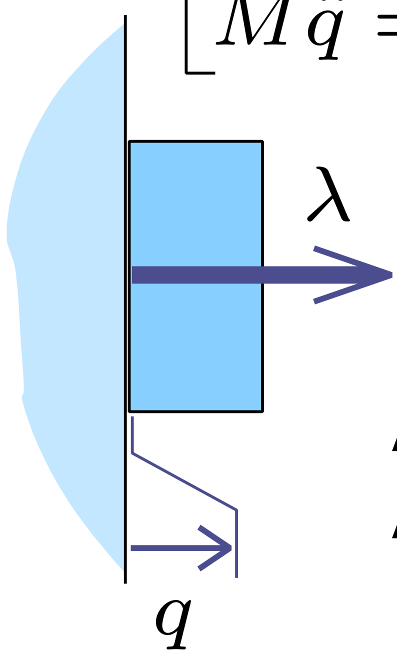


Objectifs

Poursuite de trajectoires comportant des phases de mouvement libre et de mouvement contraint.

Cas 1ddl:

$$\begin{cases} 0 \leq q \perp \lambda \geq 0 \\ M\ddot{q} = \lambda + u \end{cases} \qquad u = M\ddot{q}_d - \gamma_1(q - q_d) - \gamma_2(\dot{q} - \dot{q}_d)$$

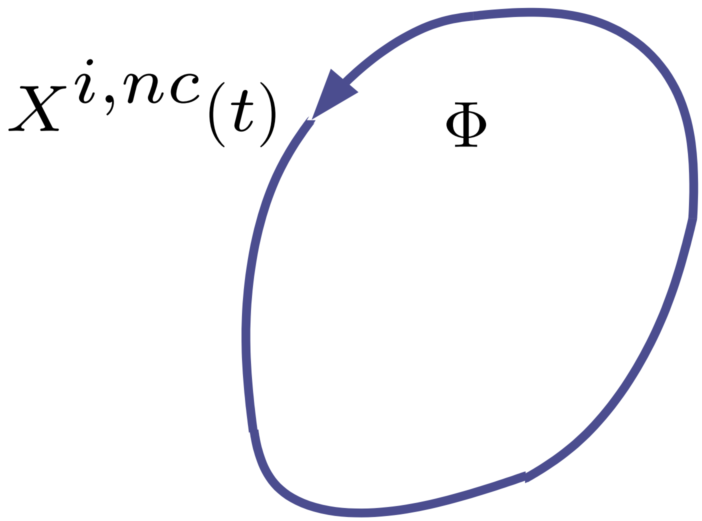


Contact permanent $q = 0$, $\dot{q} = 0$, $\ddot{q} = 0$
en BF: $-M\ddot{q}_d - \gamma_1 q_d - \gamma_2 \dot{q}_d = \lambda$

Avoir $\lambda > 0$ impose $q_d < 0$,
Avoir $q_d < 0$ impose de violer la contrainte.

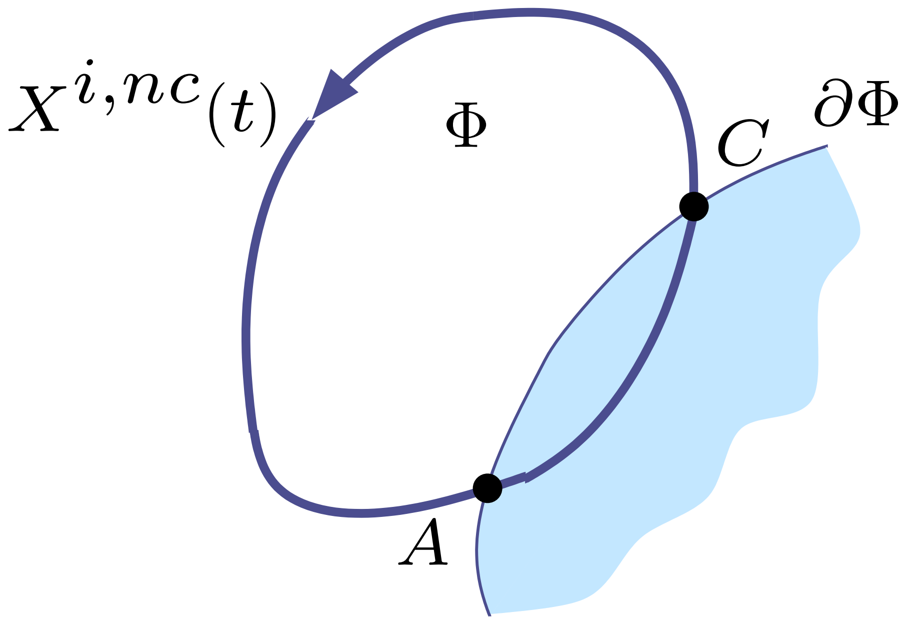
Poursuite de trajectoires

- Trajectoire non Contrainte



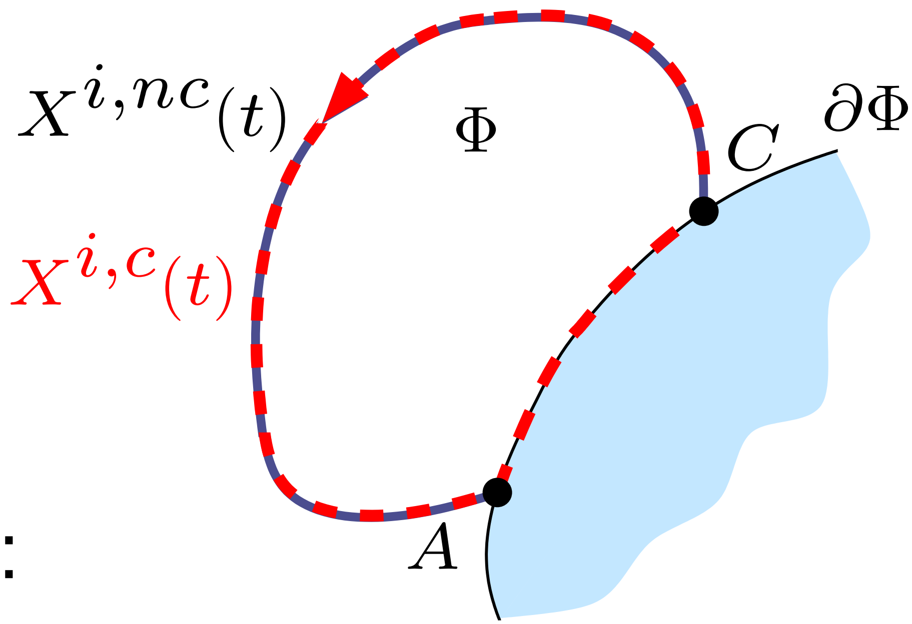
Poursuite de trajectoires

- Trajectoire Contrainte



Poursuite de trajectoires

- Trajectoire Contrainte



Tâches cycliques :

Phase Libre	$\longrightarrow$	Transition (rebonds)	$\longrightarrow$	mvt Contraint (contrôle en force)

$$\mathbb{R}^+ = \Omega_0 \cup I_0 \cup \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup I_1 \cup \ldots \cup \Omega_{2k-1} \cup \Omega_{2k} \cup I_k \cup \ldots$$

Contraintes Unilatérales

- Equations dynamiques :

$$M(X)\ddot{X} + C(X,\dot{X})\dot{X} + G(X) \;=\; u$$

Contraintes Unilatérales

- Equations dynamiques :

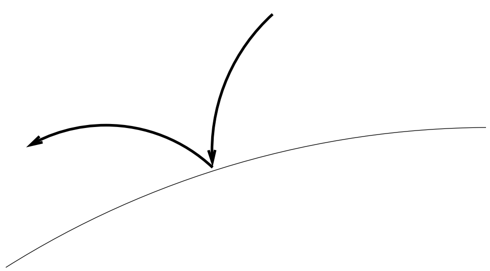
$$\begin{aligned} M(X)\ddot{X} + C(X,\dot{X})\dot{X} + G(X) &= u + \nabla F(X).\lambda_X \\ F(X) \geq 0 \ , \ F(X)^T \lambda_X &= 0 \ , \ \lambda_X \geq 0 \end{aligned}$$

Contraintes Unilatérales

- Equations dynamiques :

$$\begin{aligned} M(X)\ddot{X} + C(X,\dot{X})\dot{X} + G(X) &= u + \nabla F(X).\lambda_X \\ F(X) \geq 0 \ , \ F(X)^T\lambda_X &= 0 \ , \ \lambda_X \geq 0 \end{aligned}$$

Problème de la transition entre $F(X) > 0$ et $F(X) = 0$.



Discontinuités des vitesses aux impacts.

$\Longrightarrow$ loi de Newton $\boxed{\dot{X}_n(t_k^+) = -e\dot{X}_n(t_k^-)}$ avec $e \in [0,1]$

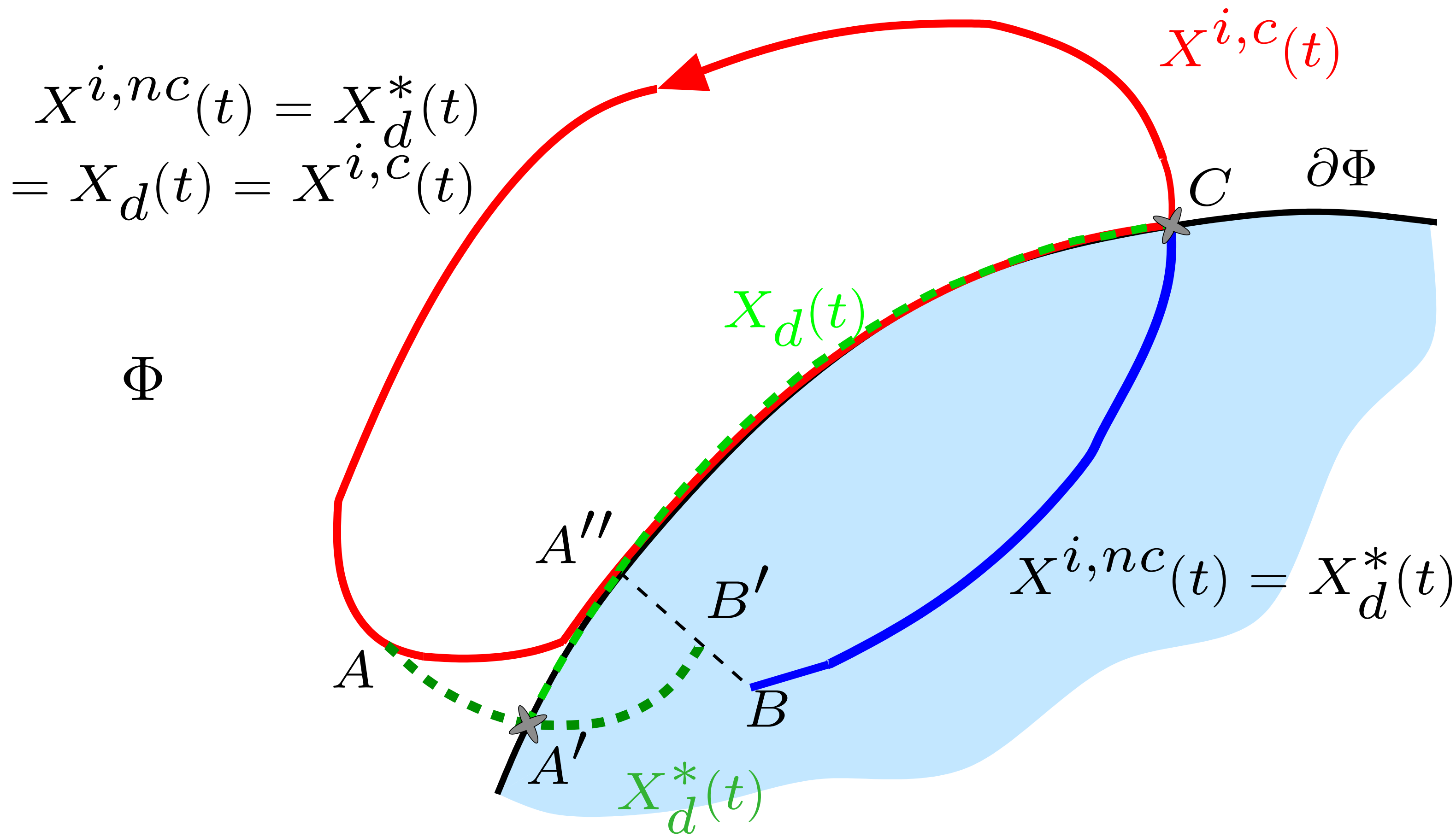
Pourquoi-pas une approche tangentielle ? une approche sans Impacts.

(Se positionner sur $\partial\Phi$ avec une vitesse normale nulle)

- Si poursuite non parfaite $\Longrightarrow$ présence d'Impacts. Mieux vaut en tenir compte dés le début.
- Non-robustesse vis-à-vis de la position de la contrainte.

Par contre la trajectoire doit tendre asymptotiquement vers une approche tangentielle $\Longrightarrow$ sans impacts (pour obtenir une stabilité asymptotique).

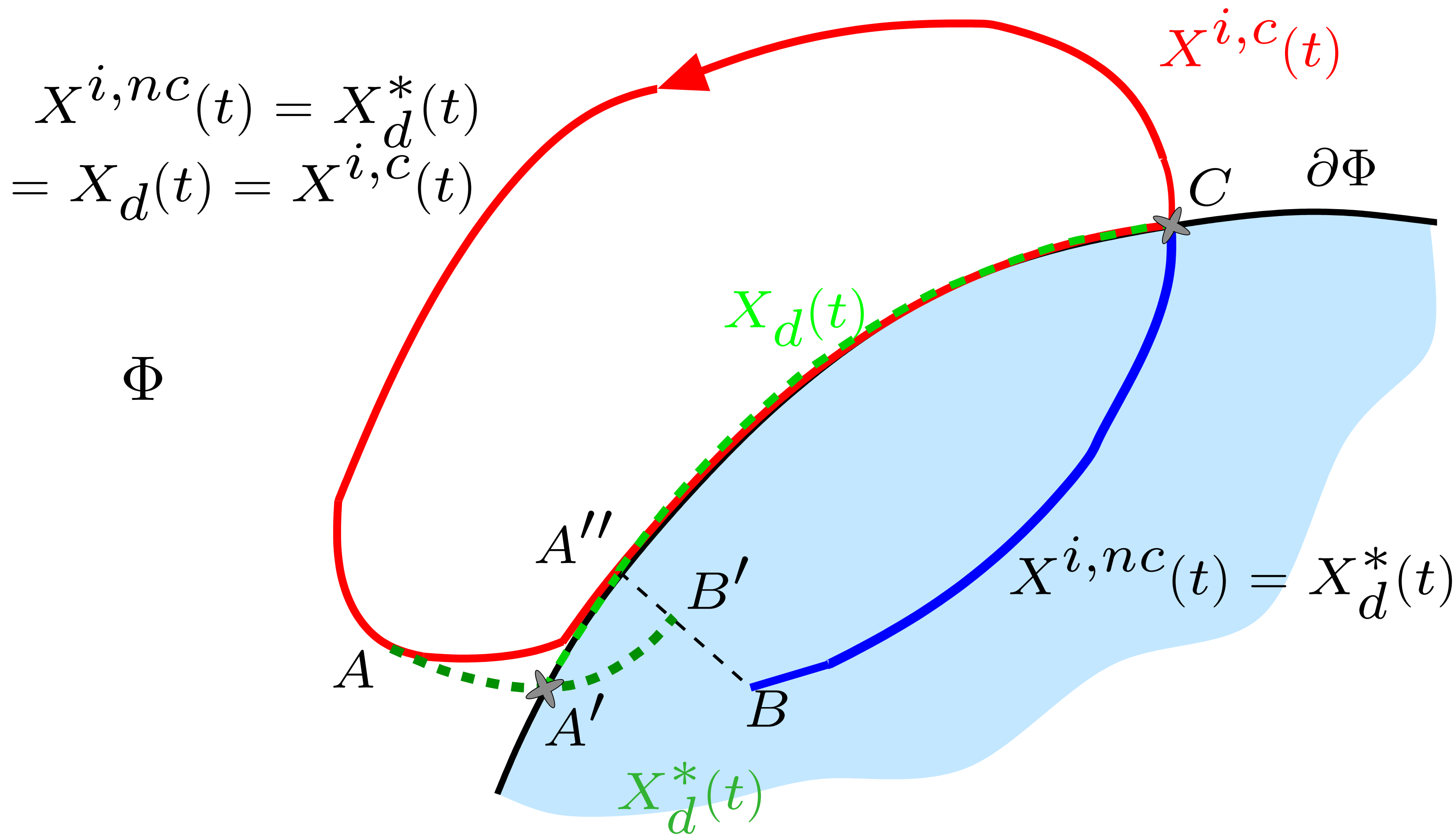
Tâches Cycliques



k=0

Contrôle en force sur $\partial\Phi \equiv$ contrôle en position.

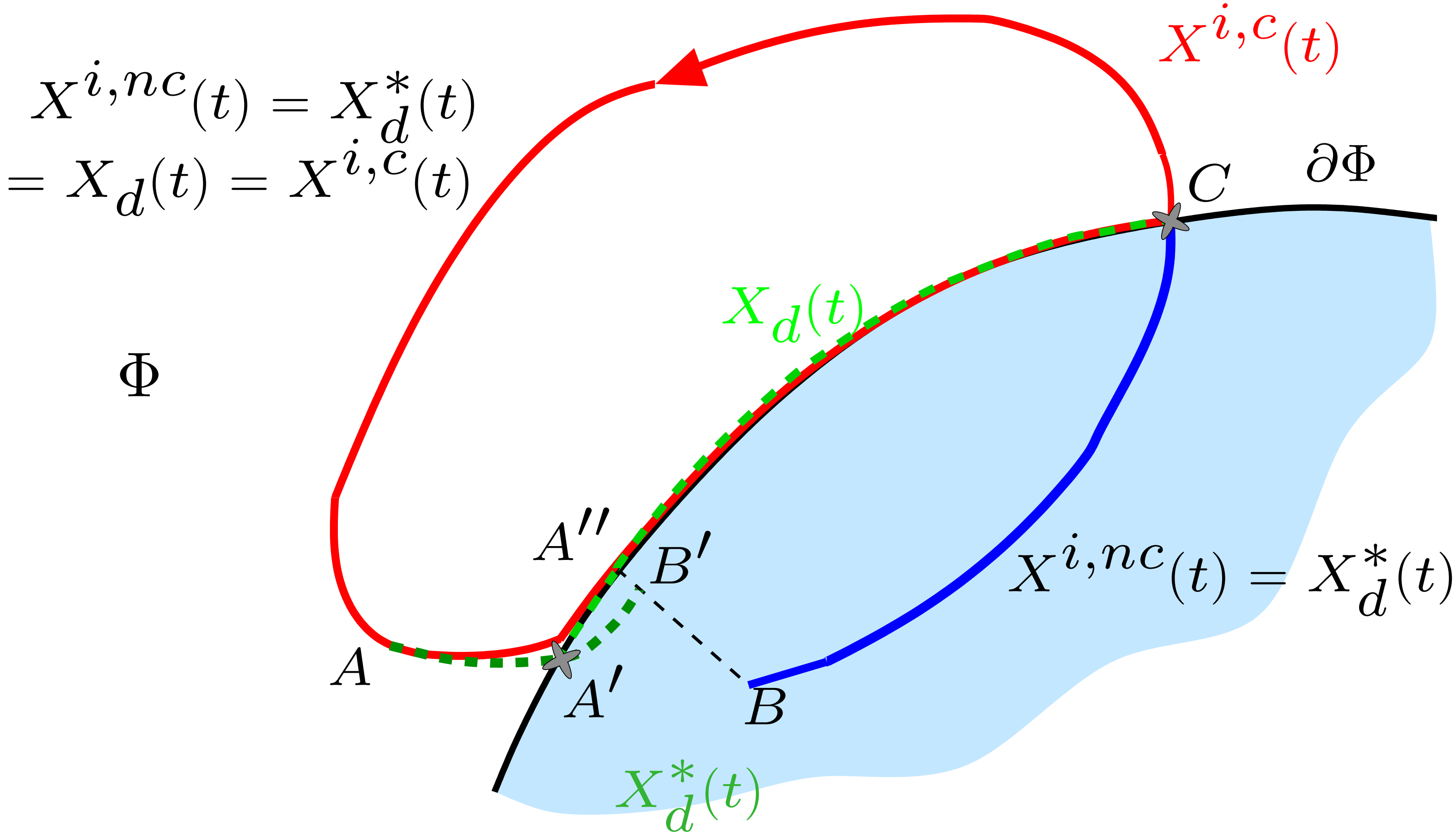
Tâches Cycliques



k=1

Contrôle en force sur $\partial\Phi \equiv$ contrôle en position.

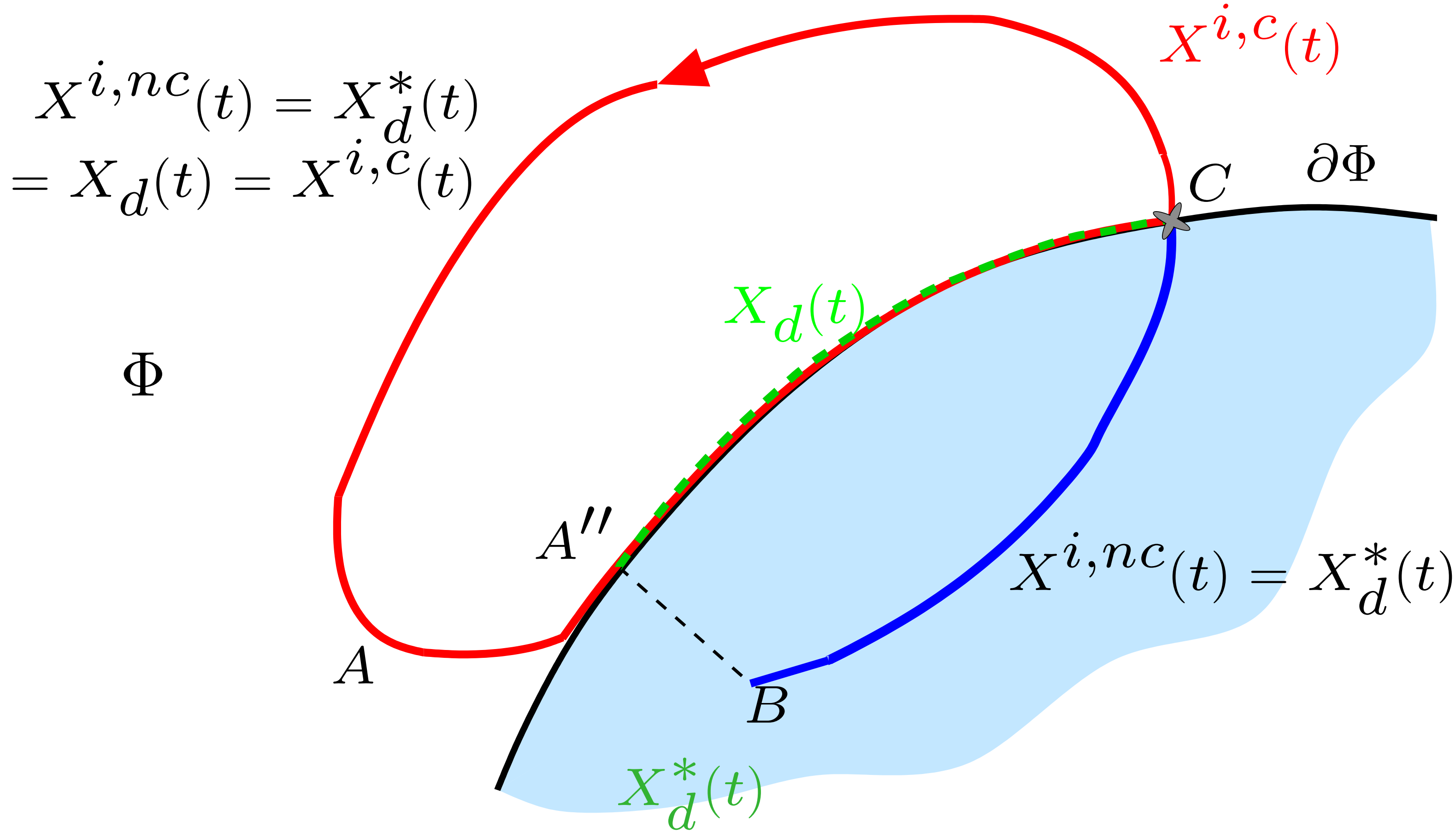
Tâches Cycliques



k=2

Contrôle en force sur $\partial\Phi \equiv$ contrôle en position.

Tâches Cycliques



k=3

Contrôle en force sur $\partial\Phi \equiv$ contrôle en position.

Définition de la Stabilité

- Système faiblement Ω-stable : Si
  pour tout $\epsilon > 0$, il existe $\delta(\epsilon) > 0$ tel que $\| x(0) \| \leq \delta(\epsilon) \Rightarrow \| x(t) \| \leq \epsilon$ pour tout $t \geq 0$, $t \in \Omega = \cup_{k \geq 0} \Omega_k$.

- Système fortement stable : Si

  - il est faiblement Ω-stable,
  - sur les phases I_k, $P_{\Sigma_{\mathcal{I}}}$ est stable au sens de Lyapunov en utilisant la fonction $V_{\Sigma_{\mathcal{I}}}$, et
  - la suite $\{t_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ possède un point d'accumulation en temps fini $t_\infty < +\infty$.

Critère de Stabilité

Claim 1. [Ω-Stabilité faible] *Si*

- $\lambda[\Omega] = +\infty$,
- *pour tout* $k \in \mathbb{N}$, $\lambda[I_k] < +\infty$,
- $V(x(t_f^k), t_f^k) \leq V(x(t_0^k), t_0^k)$,
- $V(x(.), .)$ *est borné sur chaque* I_k.

Si sur Ω, $\dot{V}(x(t), t) \leq 0$ *et* $\sigma_V(t_k) \leq 0$ *pour tout* $k \geq 0$, *alors le système est faiblement stable.*

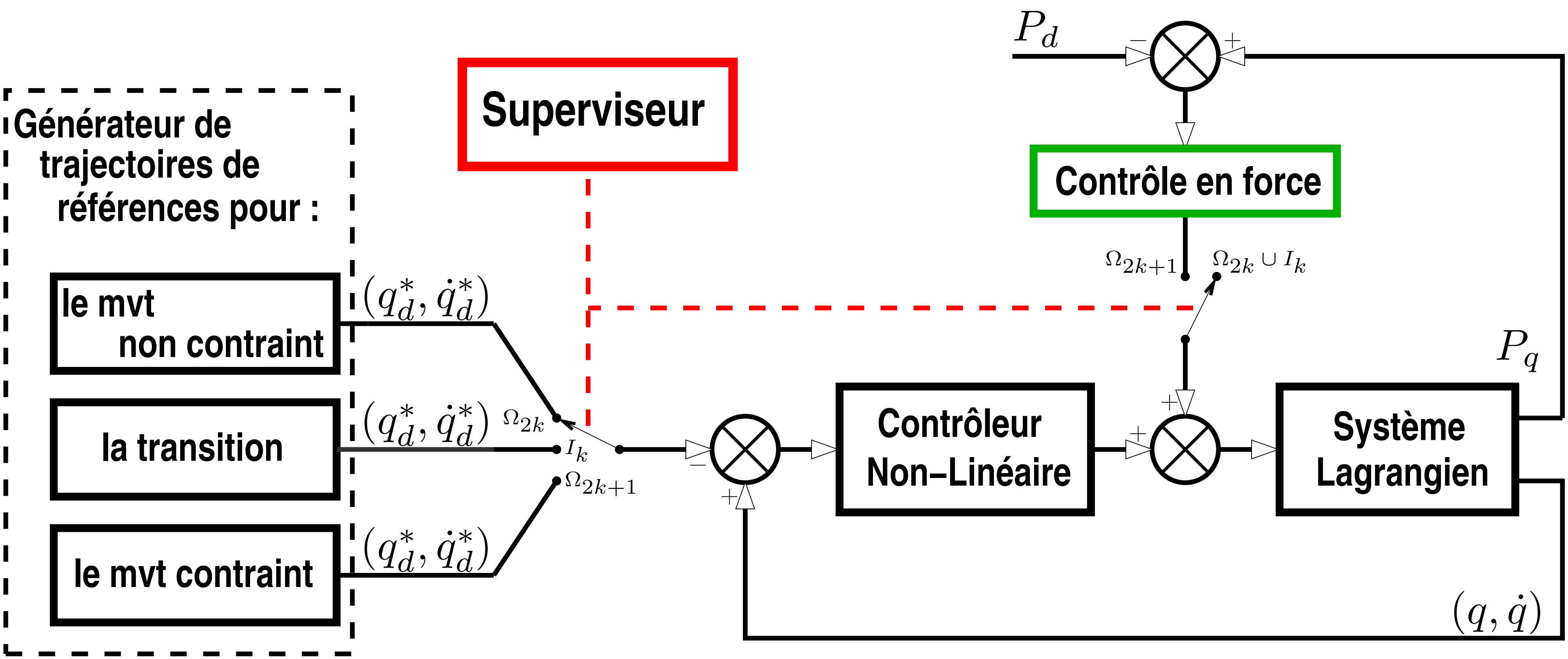
Claim 2. [Stabilité Forte] *Si de plus,*

- $V(t_{k+1}^-) \leq V(t_k^-)$;
- V *est bornée et continue sur* $I_k - \cup_k \{t_k\}$.

Fonction de Lyapunov

$$V(t,\tilde{q},\dot{\tilde{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^T M(q)\dot{\tilde{q}} + \frac{1}{2}\gamma_1\tilde{q}^T\tilde{q}$$

- Fonction unique pour les 3 modes,
- Fonction proche de l'énergie du système.

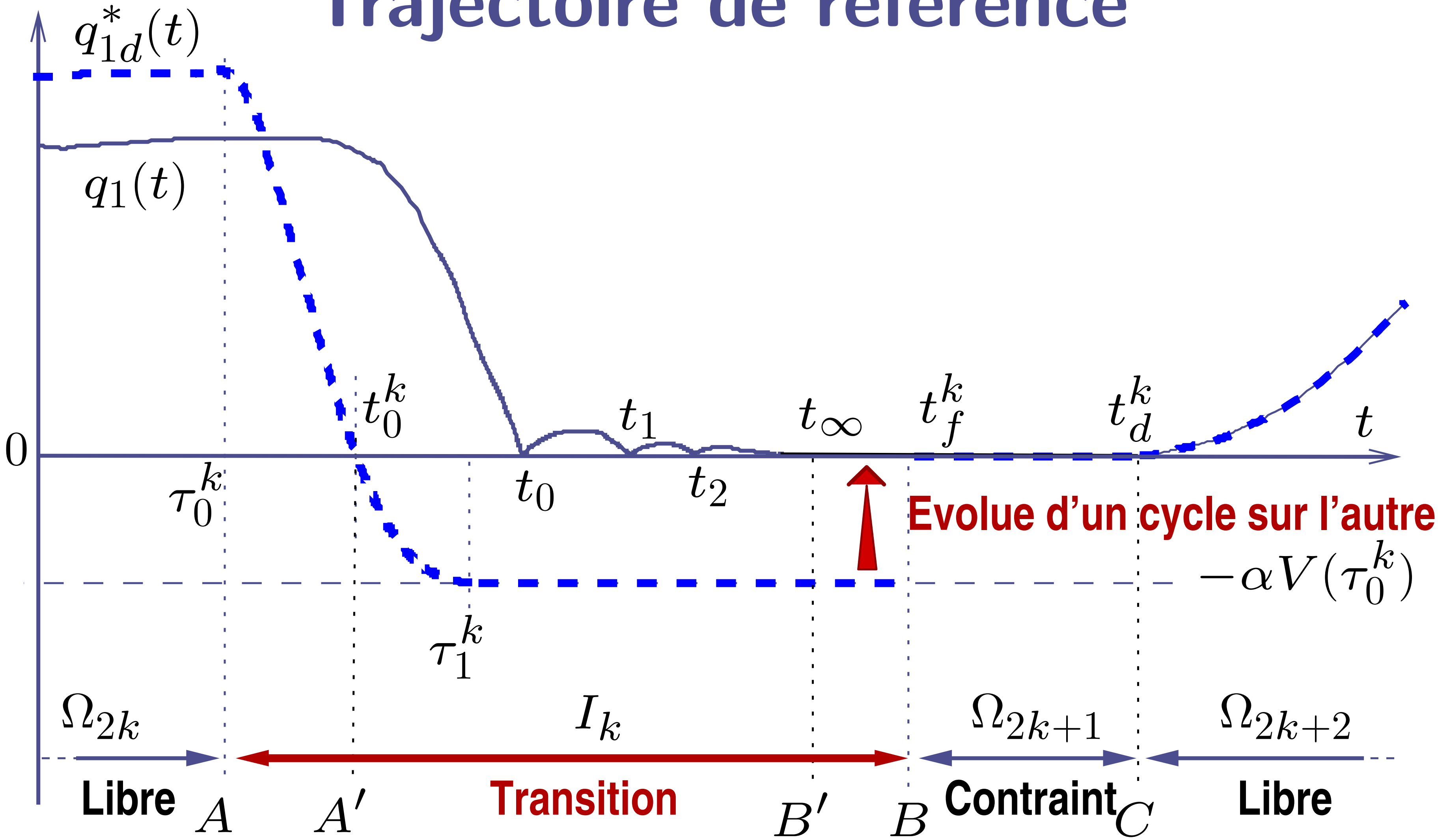


Lois de commande

Le superviseur commute entre ses différentes lois de commande dérivées de [Panden-Panja, 1988]:

$$\begin{cases} U_{nc} &= M(q)\ddot{q}_d^* + C(q,\dot{q})\dot{q}_d^* + g(q) - \gamma_1(q - q_d^*) \\ & \qquad - \gamma_2(\dot{q} - \dot{q}_d^*) \\ U_t &= U_{nc} \qquad \text{avant le premier impact} \\ U_t &= g(q) - \gamma_1(q - q_d^*) - \gamma_2\dot{q} \quad \text{aprés le premier impact} \\ U_c &= U_{nc} - P_d + K_f(P_q - P_d) \end{cases}$$

Trajectoire de référence



q_{1d}^* permet de créer “une gravité virtuelle”

Conditions de Stabilité

Le point clef de l'analyse de stabilité est l'étude du 1^{er} impact:

$$\sigma_V(t_0) = T_L(t_0) - \frac{1}{2}\gamma_1 {q_{1d}}^2(t_0^-) - \frac{1}{2}\dot{q}_d(t_0^-)^T M \dot{q}_d(t_0^-) + \dot{q}(t_0^-)^T M \dot{q}_d(t_0^-)$$

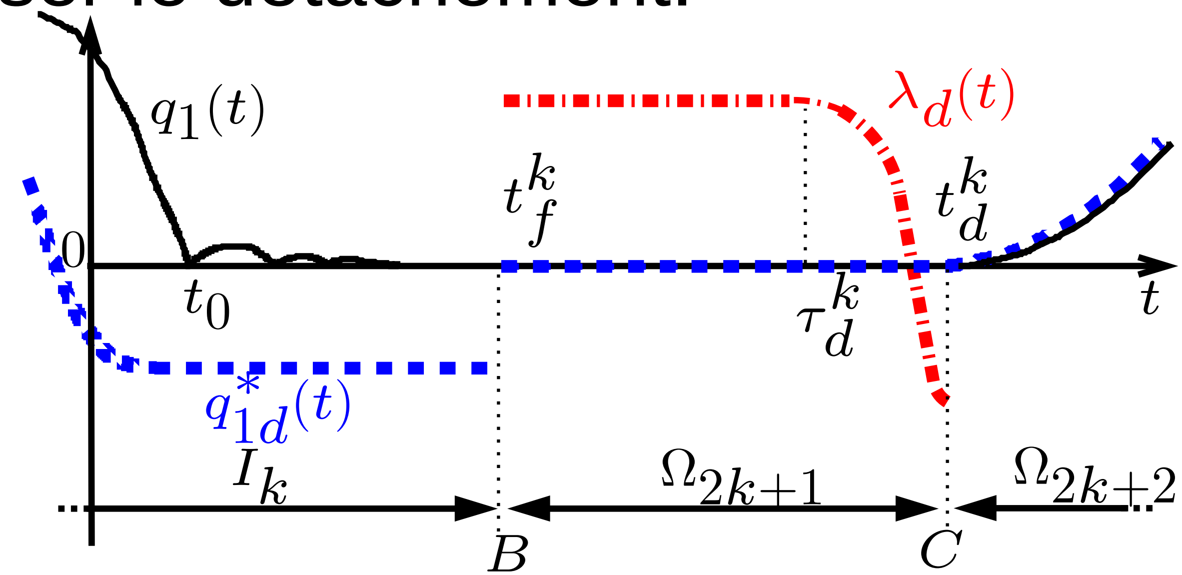
Le signe de $\sigma_V(t_0)$ depend de $\dot{q}_d(t_0^-)$.

Imposer le Détachement

$$\boxed{\text{Détachement si } \ddot{q}_1(t_d^k) > 0}$$

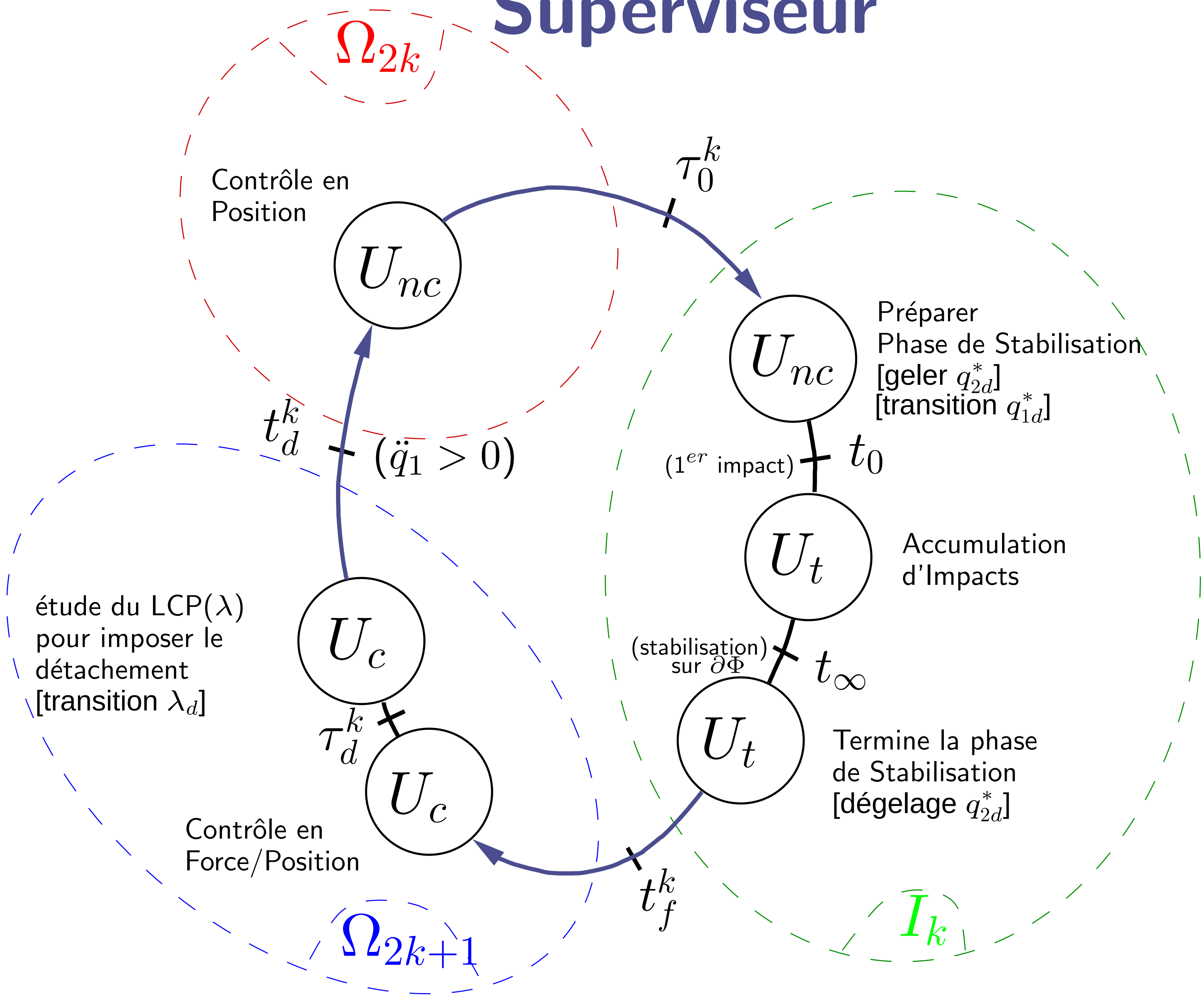
$$\ddot{q}_1(t_d^k) = \ddot{q}_{1d}(t_d^k) - K_1(q)\lambda_d - \left[K_2(q)\tilde{q}_2(t_d^k) + K_3(q)\dot{\tilde{q}}_2(t_d^k))\right]$$

Présence de couplages $\Longrightarrow \lambda_d = 0$ n'est pas suffisant pour imposer le détachement.



t_d^k : dépend de l'état (state-based variable)

Superviseur



Résultats

- Proposition

  Le système décrit précédemment est :

(i) - Asymptotiquement fortement stable si $x(0) \in \{CI\}$.

(ii) - Asymptotiquement fortement stable si $q_d^*(.)$ est choisi tel qu'au moment du premier impact on ait $\left[M_{11}\dot{q}_1(t_0^-) + \dot{q}_2(t_0^-)^T M_{21}\right]\dot{q}_{1d}^*(t_0^-) \leq 0$.

(iii) - Asymptotiquement fortement stable si $M_{12} = 0$ et $e_n = 0$.

(iv) - Asymptotiquement faiblement stable si $M_{12} = 0$ et $0 \leq e_n < 1$.

- $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Influence des couplages } M_{12} = 0.}$

Loi stable

Lois de commande dérivées de [Slotine-Li, 1988]:

$$\begin{cases} U_{nc} & = M(q)\ddot{q}_r + C(q,\dot{q})\dot{q}_r + g(q) - \gamma_1 s \\ s & = \dot{\tilde{q}} + \gamma_2 \tilde{q} \\ \dot{q}_r & = \dot{q}_d - \gamma_2 \tilde{q} \\ V_1(t,s) & = \frac{1}{2} s(t)^T M(q) s(t) \end{cases} \tag{1}$$

Intérêt : décroissance <u>exponentielle</u> de $V_1(t,s)$.

$$\dot{V}_1(t) \leq -\frac{2\gamma_1}{\lambda_{max}(M(q))} V_1(t)$$

Résultats - 2

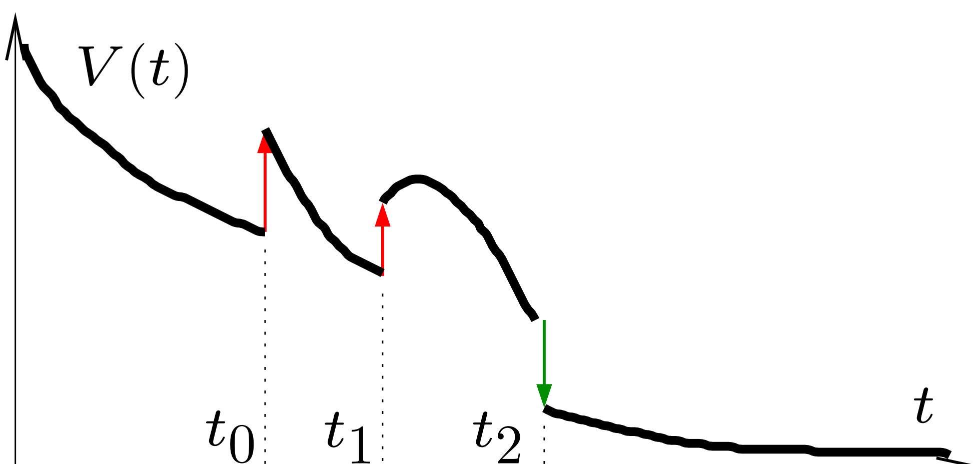
Claim 3. [Ω-Stabilité faible] *Si*

(a) - *hors des phases* I_k, $\dot{V}(t) \leq -\gamma V(t)$ *pour un* $\gamma > 0$,

(b) - *sur les phases* I_k, $V(t^-_{k+1}) - V(t^+_k) \leq 0, \forall\, k \geq 0$,

(c) - *système initialisè sur* Ω_0 *avec* $V(\tau^0_0) \leq 1$,

(d) - $\sum_{k\geq 0} \sigma_V(t_k) \ \leq \ K V^\kappa(\tau^k_0) + \epsilon$ *avec* $\kappa \ \geq \ 0, \ K \ \geq \ 0$ *et* $\epsilon \geq 0$.



Résultats - 2

Alors il existe une constante $N < +\infty$ *tel que si* $\lambda[t_\infty^k, t_f^k] = N$, $\forall\, k \geq 0$, *et tel que :*

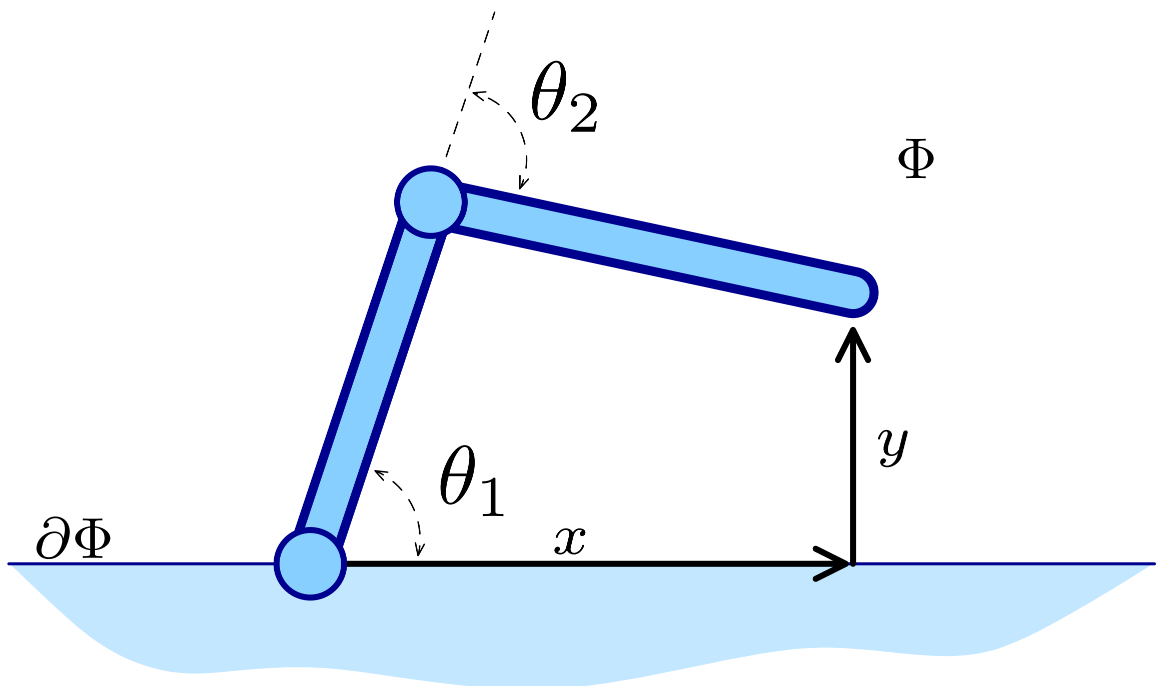
(i) - *Si* $\kappa \geq 1$, $\epsilon = 0$ *et* $N = \frac{1}{\gamma} \ln(\frac{1+K}{\delta})$ *pour un* $0 < \delta < 1$, *alors* $V(\tau_0^{k+1}) \leq \delta V(\tau_0^k)$. *Le système est asymptotiquement faiblement stable.*

(ii) - *Si* $\kappa < 1$, *alors* $V(\tau_0^k) \leq \delta(\gamma)$. *Le système est pratiquement asymptotiquement faiblement stable avec* $R = \alpha^{-1}(\delta(\gamma))$.

■

Simulations

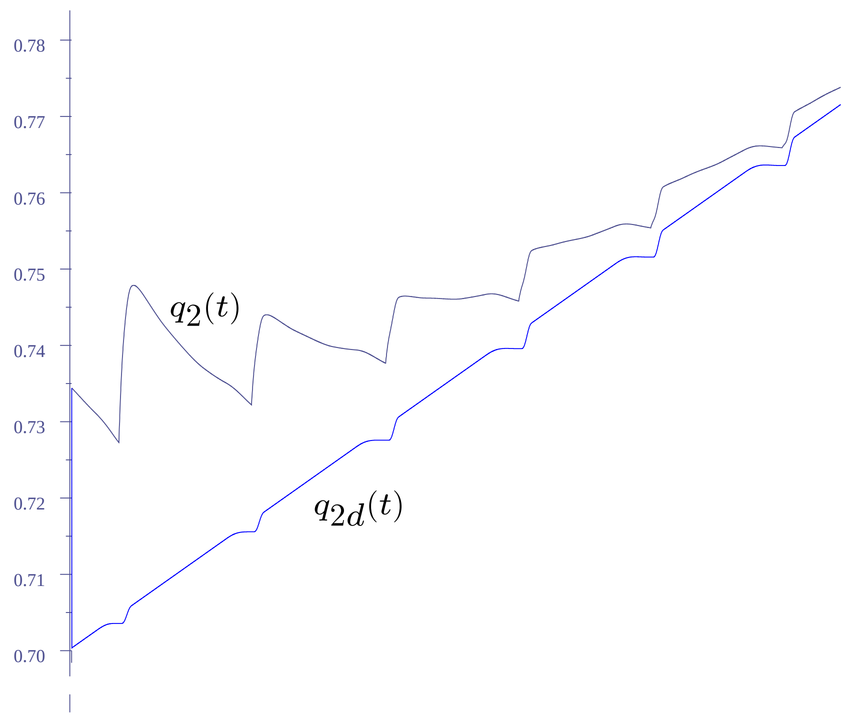
- Etude sur un bras à 2ddl :

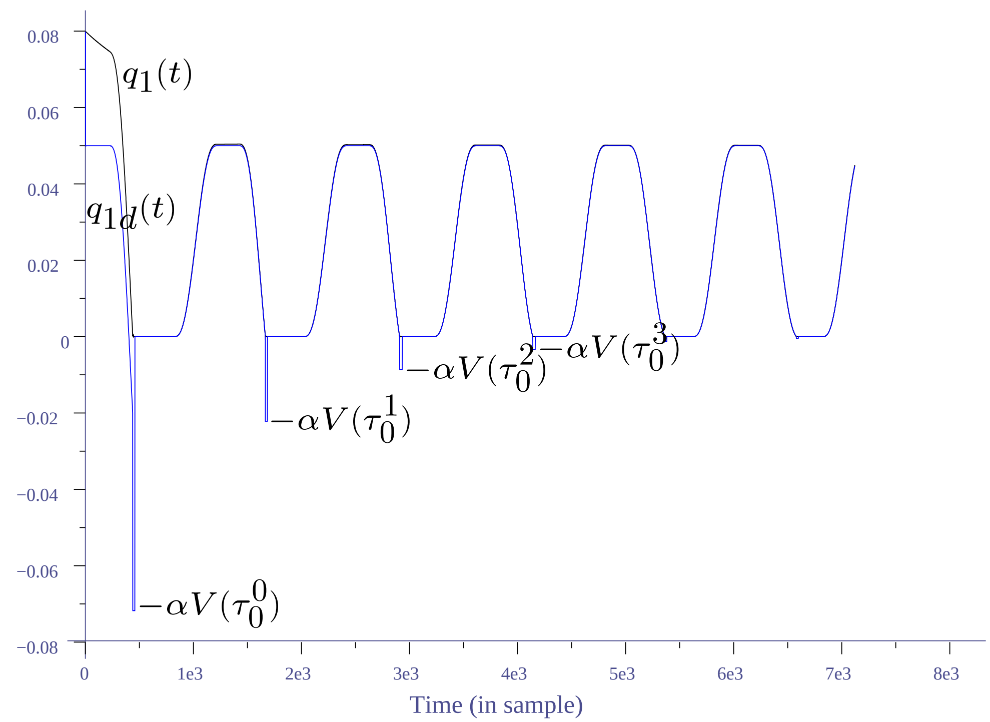


avec $q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \;, \quad y \geq 0$

Résultats de Simulation (1)

- Convergence asymptotique :



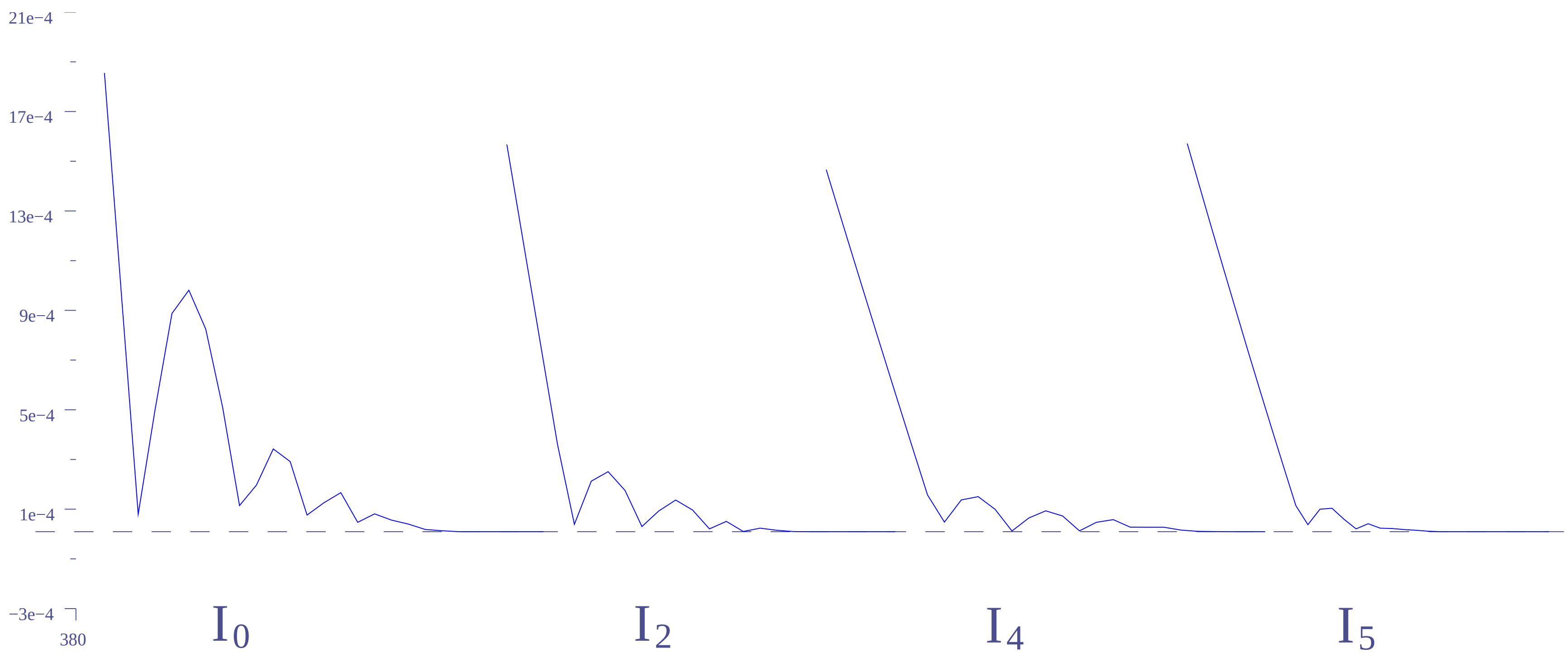


Position longit. de l'outil. Altitude de l'outil.

$$\boxed{\text{sauts dans } \dot{q}_2(t) \iff \text{couplages.}}$$

Résultats de Simulation (2)

- Hauteur des rebonds :



Atténuation asymptotique de la hauteur des rebonds.

Conclusions

- Convergence asymptotique,
- Prise en compte des impacts dans l'étude de stabilité,
- Robustesse viv-à-vis de la position de la contrainte,
- Indépendance de la loi de commande par rapport au coefficient de restitution e_n.

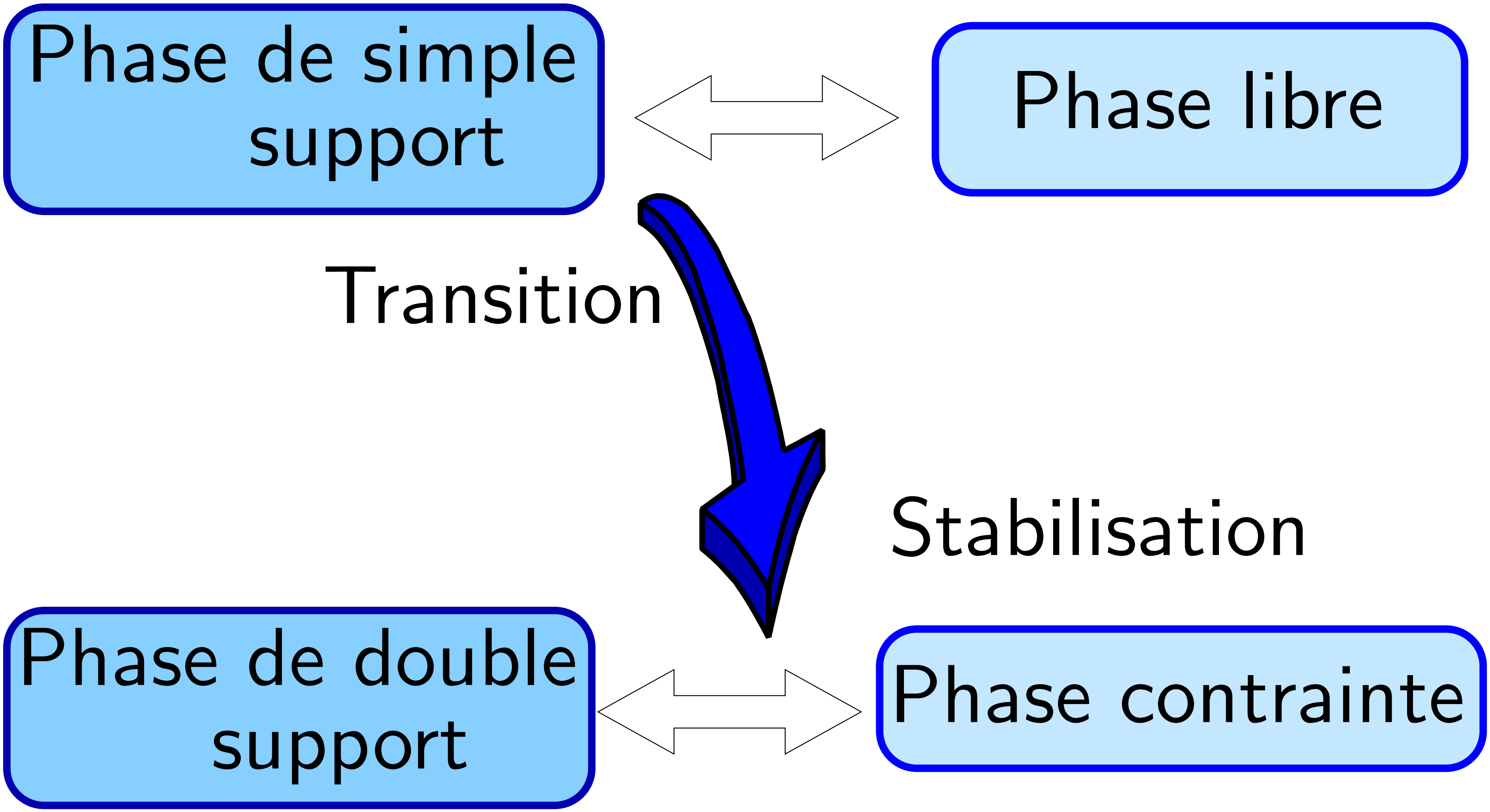
Perspectives

- Lois de commande dérivées de Slotine et Li,
- Chocs multiples :
  - ▷ Cas des chocs plastiques $e_n = 0$:
    - ◇ angle cinétique aigu,
    - ◇ angle cinétique obtu.
  - ▷ Cas Général $e_n \neq 0$.
- Flexibilités,
- Applications aux bipèdes.

Perspectives

- Lois de commande dérivées de Slotine et Li,
- Chocs multiples :
  - ▷ Cas des chocs plastiques $e_n = 0$:
    - ◇ angle cinétique aigu,
    - ◇ angle cinétique obtu.
  - ▷ Cas Général $e_n \neq 0$.
- Flexibilités,
- Applications aux bipèdes.

Applications aux bipèdes



Rabbit

Rabbit robot marcheur plan 5 corps - 4 moteurs :

2 problémes principaux :

Sous Actionnement

[Westervelt, Grizzle, Koditschek, 2003] HZD
[Chevallerau, 2003] Time-Scaling

Non Régularité

Modéle d'impact
Stabilisation
Suivi de trajectoires

Suivi de trajectoires

- Résultats pour $e_n = 0$ (chocs plastiques) : Cas du bipède

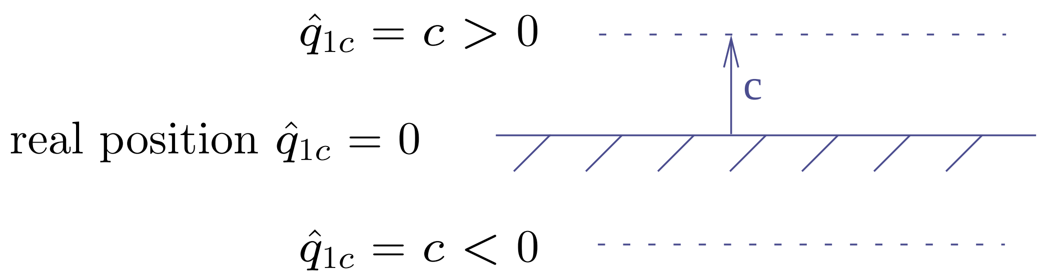
  $e_n = 0 \Longrightarrow$ un seul impact par phase I_k,
  l'item (b) du claim 3 n'est plus necessaire.

***

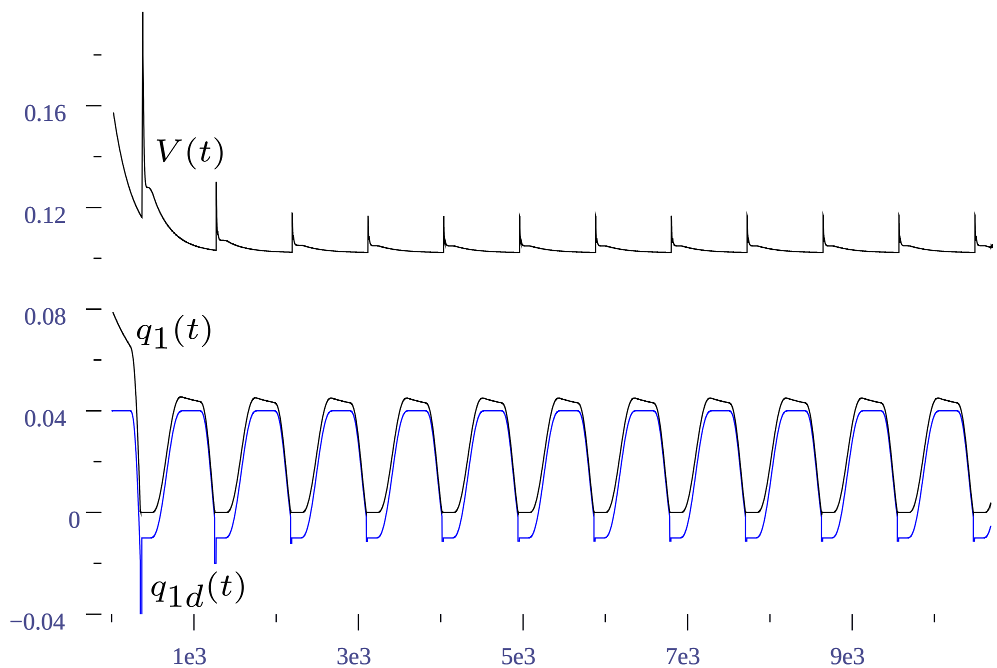
That's all folk

Robustesse (1)

- Incertitude sur la position.

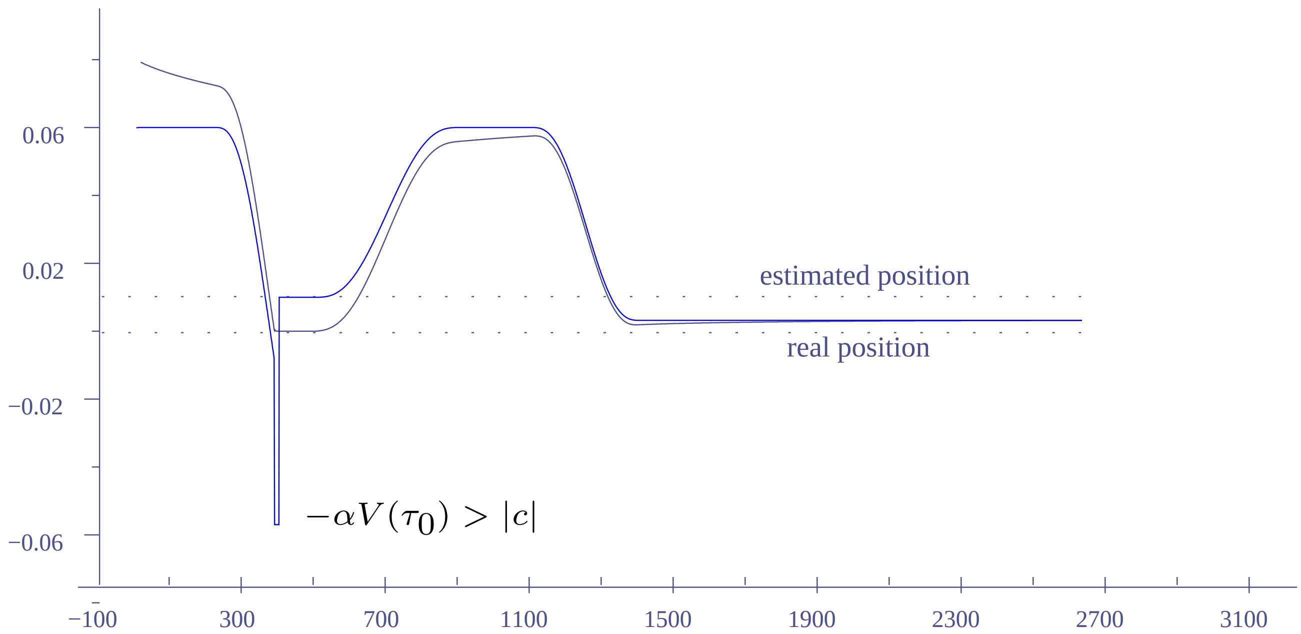


- Si c<0



Robustesse (2)

- Si c>0



- Ajustement automatique de la position estimée.